Übungsblatt 11 zur PC II, WS 2001/2002

Ausgabe 14.01.2002, Abgabetermin 21.01.2002

1. Berechnen Sie die Frequenz und Wellenlänge (in nm) für die Linie der Paschen-Serie des Wasserstoffatoms, die aus Anregungen von der Hauptquantenzahl n=3 her resultieren.

(*1 Punkt*)

2. Für den Grundzustand eines Elektrons im Wasserstoffatom nehmen wir folgende Versuchsfunktion an

$$\psi_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi C^3}} \cdot e^{-r/C}$$

wobei C eine variable Konstante ist. Die Energie des Grundzustands hängt auch von C ab.

$$E_{Ges} = E_{Kin} + E_{Pot} = \left(\frac{h^2}{8\pi^2 m_e} \cdot \frac{1}{C^2} \right) + \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{C} \right)$$

wobei m_e die Masse des Elektrons ist ($9.109 \cdot 10^{-31}$ Kg); e, die elementar Ladung ($1.602 \cdot 10^{-19}$ C); h, Planck'sche Konstante ($6.626 \cdot 10^{-34}$ Js) und ε_0, die ($8.854 \cdot 10^{-12}$ $J^{-1}C^2m^{-1}$).

Nehmen Sie Werte von C (von 20 bis 260 pm in 10 pm Schritte) und tragen Sie grafisch die Funktionen $E_{Kin}(C)$, $E_{Pot}(C)$ und $E_{Ges}(C)$ auf. Bestimmen Sie C für das Minimum der Gesamtenergie und diskutieren Sie die Ergebnisse.

(*1 Punkt*)

3. i) Nehmen Sie die Schrödinger Gleichung mit kugelsymmetrische Coulomb'sche Potential ($-e^2/r$) und $\psi(\tau) = R(r) \cdot Y(\theta,\phi)$ und zeigen Sie das

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r}\right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right) = -\frac{1}{Y}\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial Y}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 Y}{\partial\phi^2}$$

ii) Obiger Ausdruck kann vereinfacht ausgedruckt werden nach:

$$\frac{1}{R}\Delta_r R = \frac{1}{Y}\Delta_{\theta,\phi} Y$$

Zeigen Sie das $Y_{0,0}$ und $Y_{1,1}$ Eigenfunktionen von $\Delta_{\theta,\phi}$ sind und geben Sie die jeweiligen Eigenwerte an

(*1 Punkt*)

4. Bestimmen Sie den Erwartungswert des Abstands r für folgende Orbitale;
   i) 1s
   ii) 2s
   iii) 2p

{*Hinweis:* $\langle r_{nlm} \rangle = \iiint \psi^*_{nlm} r \psi_{nlm} r^2 \cdot dr \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi$ }

(*1 Punkt*)