

Übungsblatt 7 zur PC II, WS 2001/2002

Ausgabe 03.12.2001, Abgabetermin 10.12.2001

1. Die Wellenfunktion eines, in einem 1-dimensionalen Raum (mit Länge L) begrenzten, Partikels sei gegeben durch

$$\Psi(x) = N \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

Berechnen Sie den Normierungsfaktor N.

(1 Punkt)

2. Der Zustand eines Teilchens wird durch die Wellenfunktion

$$\Psi(x) = (\cos \chi) \cdot e^{ikx} + (\sin \chi) \cdot e^{-ikx}$$

beschrieben, wobei χ eine Konstante ist. Gegeben sei der Operator $C = AB - BA$, wobei A und B zwei im Folgenden definierte Operatoren sind (C ist der sogenannte „Kommutator“ von A und B).

Ist ψ Eigenfunktion von C, wenn :

a) $A = \frac{d}{dx}$, $B = x$?

b) $A = \frac{d}{dx}$, $B = x^2$?

Begründen Sie ihre Aussage und geben Sie jeweils den Eigenwert an.

(1 Punkt)

3. In einem 1-dimensionalen Kasten der Länge L ist die Wellenfunktion für eine Welle gegeben durch

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{L}} \cdot e^{-i(kx - \omega t)}$$

a) Berechnen Sie für diese Wellenfunktion den Erwartungswert für den Aufenthaltsort $\langle x \rangle$ und für den Impuls $\langle p \rangle$.

b) Zeichnen Sie den Realteil von $\Psi(x, t)$ für $t=0$ s, 1 s, 2 s ; $x \in [0 \dots 1]$ nm ($L=1$ nm, $\lambda=1$ nm, $v=0.25$ s⁻¹).

(1 Punkt)

4. Die Wellenfunktion, die Ihr (1-dimensionales) Wissen auf dem Gebiet der Quantenchemie beschreibt, sei am Anfang der PCII-Vorlesung gegeben durch:

$$\Psi(t_0) = 1 \cdot \Psi_1 + 0 \cdot \Psi_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

wobei Ψ_2 der Eigenzustand für „alles verstanden“ und Ψ_1 für „gar nichts verstanden“ sind (beides Eigenzustände des Wissensoperators). Der Operator für das erfolgreiche Lösen eines Übungsblattes sei gegeben durch:

$$\hat{L} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

wobei der Winkel (für nicht zu häufiges Anwenden des Operators) $\alpha=7.5^\circ$ sei.

Der Prüfungsoperator, der am Ende des Semesters Ihre Kenntnisse abfragt lautet:

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Frage: Wie oft müssen Sie Übungsblätter selbständig lösen, damit Ihr Erwartungswert $\langle P \rangle$ für ein Bestehen der Klausur bei $>50\%$ liegt ?

(1 Punkt)