11. Übungsblatt zur Vorlesung PCII

WS 2003/2004 Ausgabe: 19.1.2003 Abgabe 26.1.2003 (10:15 Uhr)

Aufgabe 1:

Geben Sie die Wellenlänge folgender Absorptionslinien: (1) 1s → 2p, (2) 1s → 3p, (3) 3p → 2s, für das H- und das He^+ Atom an.

Aufgabe 2:

Berechnen Sie den mittleren Radius $<r>$ eines 1s und eines 2s Orbitals in einem H-Atom.
(Hinweis: $\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$)

Aufgabe 3:

Die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron eines s-Orbitals in einem Volumenelement der Schalendicke dr am Kernabstand r zu finden, ist gegeben durch die Funktion: $P(r)dr = \psi^* \psi \; 4\pi r^2 dr$. Bestimmen Sie den wahrscheinlichsten Radius (Abstand zum Kern) für das Elektron in einem 1s-Orbital des H-Atoms. Deuten Sie den Unterschied zum Ergebnis von Aufgabe 2.

Aufgabe 4:

Zeigen Sie, dass im H-Atom die spektroskopischen Auswahlregeln Δl = ± 1 gelten, indem Sie die Übergangsmomente für die Übergänge 1s → 2s und 1s →2p berechnen:

$$< \mu >_{1s-->2s} = \iiint \psi^*_{100} \, r\cos\theta \, \psi_{200} \sin\theta \; r^2 d\theta \; d\varphi \; dr$$
$$< \mu >_{1s-->2p} = \iiint \psi^*_{100} \, r\cos\theta \, \psi_{210} \sin\theta \; r^2 d\theta \; d\varphi \; dr$$

berechnen. Die Wellenfunktionen lauten:

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_0} \right)^{3/2} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

$$\psi_{200} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0} \right)^{3/2} \left(2 - \frac{r}{a_0} \right) e^{-\frac{r}{2a_0}}$$

$$\psi_{210} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0} \right)^{3/2} \frac{r}{a_0} \; e^{-\frac{r}{2a_0}} \cos\theta$$

(Hinweis: Verwenden Sie das unter Aufgabe 2 angegebene Integral)