

Übungen zur PC III - Lehramt
Übungsblatt 4 SS 2013
Ausgabe: Do 6. Juni, Rückgabe: Do 13. Juni, 8:00 Uhr

1. Aufgabe:

Die Kraftkonstante der Schwingung einer $^{14}\text{N}^{16}\text{O}$ -Bindung beträgt $k = 1607 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Berechnen Sie die Schwingungsfrequenz ν in Hz.

2. Aufgabe:

Die Schwingungsfrequenz von $^1\text{H}^{35}\text{Cl}$ beträgt $\tilde{\nu} = 2990.6 \text{cm}^{-1}$. Schätzen Sie die Frequenzen für $^1\text{H}^{37}\text{Cl}$, $^2\text{D}^{35}\text{Cl}$ und $^2\text{D}^{37}\text{Cl}$ ab, ohne die Kraftkonstante k zu berechnen.

3. Aufgabe:

Die Wellenfunktion des Schwingungsgrundzustandes lautet

$$\psi_0(x) = N e^{-\frac{\alpha}{2}x^2}$$

mit $\alpha = \mu\omega/\hbar$.

- (a) Bestimmen Sie die Normierungskonstante N .
- (b) Zeigen Sie, dass die mittlere kinetische Energie

$$\langle E_{kin} \rangle = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_0^*(x) \frac{d^2}{dx^2} \psi_0(x) dx$$

gleich der mittleren potentiellen Energie

$$\langle E_{pot} \rangle = \frac{k}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_0^*(x) x^2 \psi_0(x) dx$$

ist.

Integrale: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$, $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2\alpha} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$.

(c) (Zusatzaufgabe)

Beweisen Sie, dass $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ und $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2\alpha} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ gilt.

Warnung: Diese Aufgabe ist schwer! Das erste Integral läßt sich nur über einen Trick berechnen, auf den Sie wahrscheinlich nicht von selber kommen werden. Also recherchieren Sie im Internet! Das zweite Integral läßt sich auf mehrere Weisen ausrechnen, aber auch hier muss man immer etwas in die Trickkiste greifen.