

Abgabe am 10.11.2017 in der jeweiligen Übungsgruppe

Besprechung am 17.11.2017, 11-12/12-13 h

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (Einstein'sche Koeffizienten)

Ein Teilchen mit Spin $1/2$ (z.B. Proton oder Elektron) besitzt in einem Magnetfeld B zwei quantenmechanische Zustände mit der Energieaufspaltung $\Delta E = \hbar \gamma B$, wobei γ das gyromagnetische Verhältnis des Spins ist. Für dieses System kann die Übergangsrate der spontanen Emission durch die Formel

$$A_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2}{3} \gamma^2 \frac{\hbar}{\ell^3}$$

mit der magnetischen Feldkonstante $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [\text{N/A}^2]$ und $\ell = \frac{\hbar c}{\Delta E}$, berechnet werden.

- Berechnen Sie A_{21} für ein Proton mit $\gamma = 2.675 \times 10^8 [\text{rad}/(\text{s} \cdot \text{T})]$ bei Magnetfeldern von $B = 0.35 \text{ T}$ und $B = 9.2 \text{ T}$.
- Berechnen Sie die Übergangsrate A_{21} für beide Magnetfeldgrößen für einen Elektronspin mit $\gamma = -1.760 \times 10^{11} [\text{rad}/(\text{s} \cdot \text{T})]$.
- Bestimmen Sie die Einstein'schen Koeffizienten B_{12} für ein Proton- und Elektronspin.

Aufgabe 2 (Lebensdauer des Zustandes)

Die Fluoreszenzlebensdauer des angeregten 2p-Zustandes im Wasserstoffatom beträgt 1.6 ns . Wie groß ist demnach das elektronische Dipolübergangsmoment μ_{12} wenn die Anregungsfrequenz für diesen Übergang 82100 cm^{-1} beträgt?

(Beachten Sie dabei, dass die Fluoreszenzrate $k_F = 1/\tau_F = \Sigma A_{21}$ beträgt und der Entartungsgrad von p-Niveaus 3 beträgt.)

Die Größe des Dipolübergangselementes kann in diesem Fall als die Änderung des Kern-Elektron Abstandes beim Übergang von 1s nach 2p betrachtet werden. Um wie viel ändert sich der Abstand?

Aufgabe 3 (Fermis Goldene Regel)

Beweisen Sie mit Hilfe von Fermis Goldener Regel, dass für einen quantenmechanischen harmonischen Oszillator der dipolare Übergang aus dem Grundzustand mit der Wellenfunktion $\Psi_0(x) = x_0^{-1/2} \pi^{-1/4} \exp(-x^2/(2x_0^2))$ in den zweiten angeregten Zustand mit der Wellenfunktion $\Psi_2(x) = (8x_0)^{-1/2} \pi^{-1/4} \exp(-x^2/(2x_0^2)) \left(\frac{4x^2}{x_0^2} - 2 \right)$ verboten ist.