

Besprechung am 09.12.2021

Übungsblatt 7

1) Klassischer harmonischer Oszillator

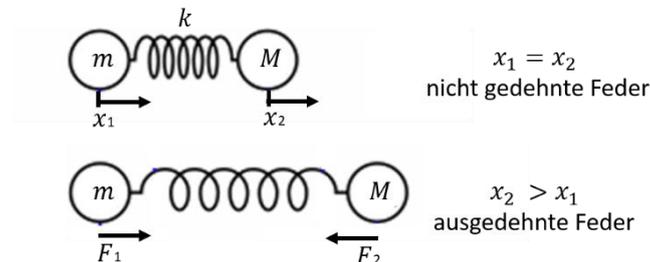
Die Federkraft F wird als linear während der Auslenkung aus dem Gleichgewichtspunkt angenommen (harmonischer Oszillator, Hooke'sche Gesetz). Setzen wir das Hooke'sche Gesetz in das zweite Newtonsche Gesetz

$$F = ma = m \frac{d^2x}{dt^2} = m\ddot{x}$$

ein, erhalten wir die "Schwingungs"-Differenzialgleichung

$$F = m\ddot{x} = -kx$$

Betrachten Sie ein System aus 2 Massen, m und M , die entlang der x-Achse mit einer Feder verbunden sind.



- Formulieren Sie für das oben beschriebene System das dazugehörige Set von gekoppelten Differenzialgleichungen.
- Die aus a) erhaltenen Gleichungen sind gekoppelte Wellengleichungen. Zeigen Sie, dass für eine Wellengleichung $\ddot{x} = -\omega^2 x$

$$x(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

eine Lösung ist.

- Lösen Sie die gekoppelten Differenzialgleichungen (Tipp: Für \ddot{x} verwenden Sie die Wellengleichung, wobei $x_i(t) = A_i \sin \omega t + B_i \cos \omega t$, und lösen Sie das Eigenwertproblem.)

2) Wellenfunktionen des harmonischen Oszillators

Bestimmen Sie bei welcher Auslenkung die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des HF Moleküls ($k = 966 \text{ N/m}$ und $\mu = 1.5775 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) im Schwingungsgrundzustand 50 % des maximalen Wertes ist. Nehmen Sie dabei das Modell eines quantenharmonischer Oszillator an.

Hint: Betrachten Sie die Lösungen der Gleichung für den harmonischen Quantum-Oszillator.

3) Schwingungsspektroskopie

Die Bindung des Bromwasserstoffs ($^1\text{H } ^{79}\text{Br}$) hat eine Kraftkonstante k mit 412 N/m . Nehmen Sie für die Rechnungen das Modell des harmonischen Oszillators an.

- Berechnen Sie die Energie [cm^{-1}], bei der die Schwingung $v = 2 \rightarrow 3$ auftritt.
- Bestimmen Sie die Verschiebung der Absorption wenn ^{79}Br durch ^{81}Br ersetzt wird (gehen Sie davon aus, dass die Kraftkonstante unverändert bleibt).