

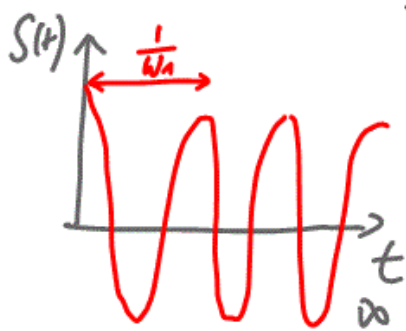
Grundlagen der Puls-Methode

Für einen einzelnen Puls kann oft die Fourier-Transformierte zum Beschreiben des Verhaltens benutzt werden

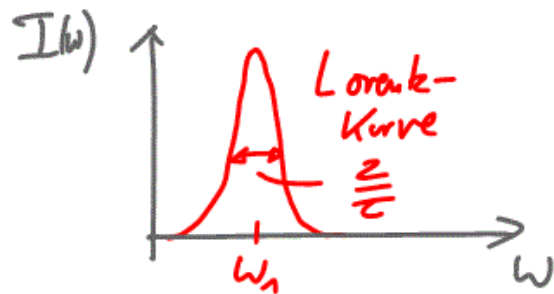
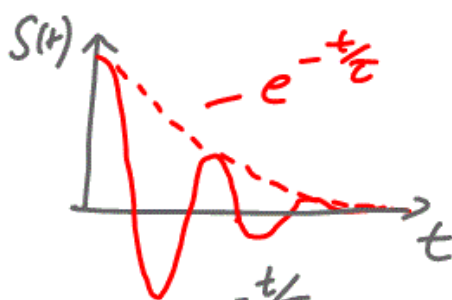
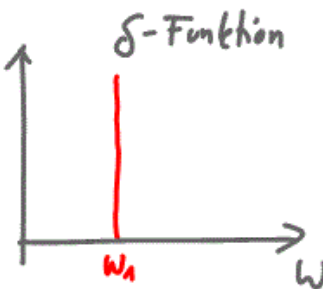
Einige einfache Beispiele:

$$I(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) e^{i\omega t} dt \quad \text{Fouriertransform. von } S(t)$$

$$S(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} I(\omega) \cdot e^{-i\omega t} d\omega \quad \text{Zeitsignal } S(t)$$

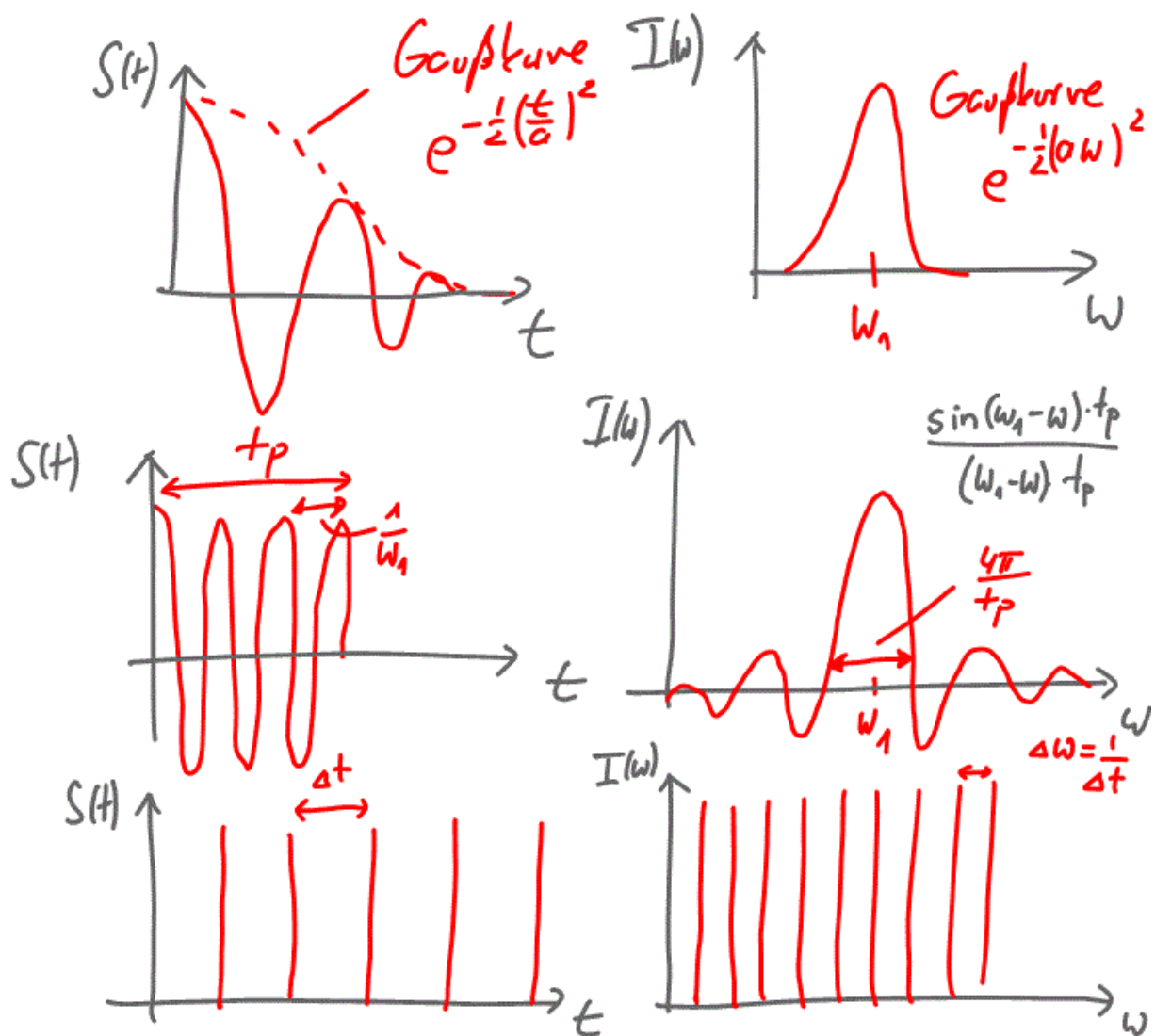


FT
↔
Inv. FT



$$S(t) = \cos(\omega_0 \cdot t) \cdot e^{-t/\tau}$$

$$I(\omega) = \frac{\tau}{1 + \tau^2(\omega - \omega_0)^2}$$



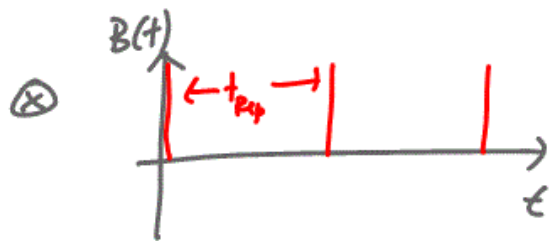
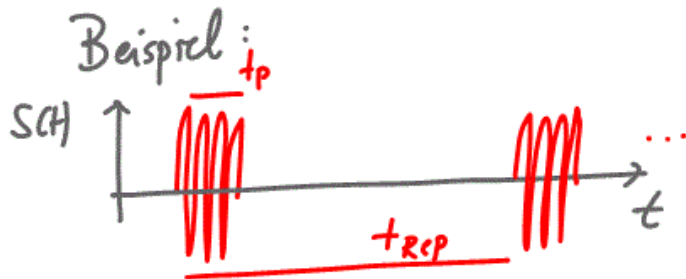
Bemerkung:

- ① Dabei können für jedes Beispiel auch $S(t)$ & $I(\omega)$ vertauscht werden (symmetrie)
- ② Kompliziertere Beispiele können mithilfe des Faltungstheorems leicht erzeugt werden

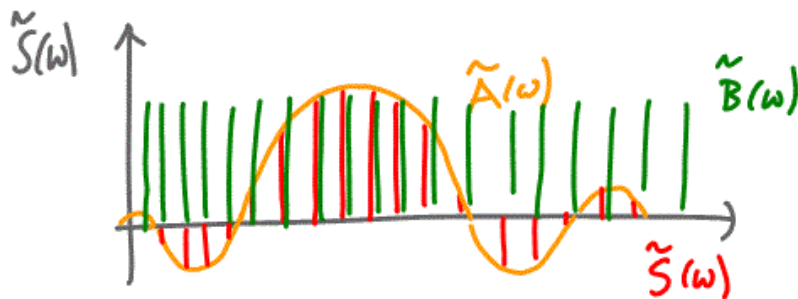
$$S(t) = A(t) \cdot B(t) \rightarrow \tilde{S}(\omega) = \tilde{A}(\omega) \otimes \tilde{B}(\omega)$$

$$\tilde{S} : \text{FT von } S \text{ usw.} \quad \tilde{A}(\omega) \otimes \tilde{B}(\omega) = \int \tilde{A}(\omega) \cdot \tilde{B}(\omega + \Delta) d\Delta$$

Faltung



$$\Rightarrow \tilde{S}(\omega) = \tilde{A}(\omega) \cdot \tilde{B}(\omega)$$



2) Bewegung von Magnetisierung unter gepulster MW-Einstrahlung

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1(t) \quad \text{zeitabhängiger } \mathcal{H}\text{-Operator}$$

$$\mathcal{H}_0 = \frac{\beta_e g_e}{\hbar} \vec{S} \cdot \vec{B}_0$$

$$\mathcal{H}_1 = \begin{pmatrix} W_1 \cdot \cos(\omega_{MW} \cdot t) \\ W_1 \cdot \sin(\omega_{MW} \cdot t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Zirkular pol.
MW Anreg.

Lösung durch zeitabhängige

SG:

$$\mathcal{H}(t) \chi(t) = i \hbar \frac{\partial \chi(t)}{\partial t}$$

$\chi(t)$: zeitabhängige Spin-Wellenfunktion

Einfaches 2-Niveau System $\chi(t) = c_1(t)|\alpha\rangle + c_2(t)|\beta\rangle$

Dieses Diff-Gleichung System kann analytisch gelöst werden;
Lösungen sind die Bloch-Gleichungen

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$(\vec{\mu} = \beta_e g_e \vec{S}) \quad \vec{S} = (\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1(t) = B_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + B_1 \begin{pmatrix} \cos(\omega_{MW} t) \\ \sin(\omega_{MW} t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Spin- \mathcal{H} Operator (Zeeman)
in (s^{-1} rad)

Während dem Puls

$$W_1 = \frac{\beta_e g_e}{\hbar} \cdot B_1$$

MW-Feldstärke

$$B_1 = c \cdot \sqrt{Q \cdot P_{MW}}$$

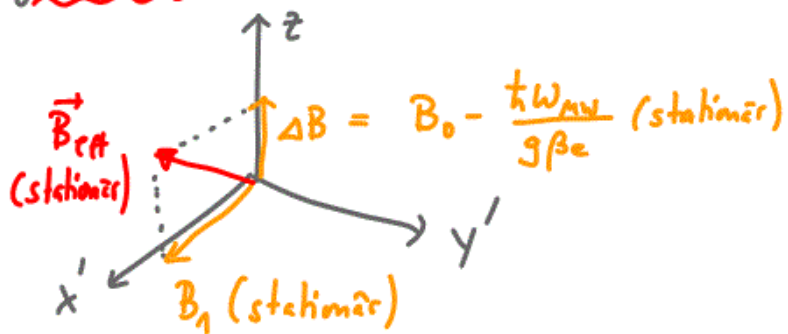
c : Resonator abhängige Prop. Konst.

Q : Resonator Q -faktor

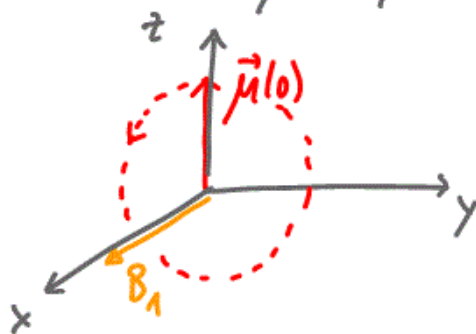
P_{MW} : MW-Leistung



gehe in ein mit ω_{MW} um z-Achse rotierendes Koordinatensystem



Beispiel 1: $\Delta B = 0$ ($\omega_{MW} = \omega_L$, on-resonance)
 $\vec{\mu}(0) = \mu_B (0, 0, 1)$ Boltzmann Polarisation



$\vec{\mu}$ führt Oszillation in z-y-Ebene aus

$$\frac{d\mu_x}{dt} = \underbrace{\mu_y}_{=0} \cdot B_z - \mu_z \cdot \underbrace{B_y}_{=0} = 0 \rightarrow \mu_x = 0 \text{ für alle } t$$

$$\frac{d\mu_y}{dt} = \mu_x \cdot B_z - \mu_z \cdot \underbrace{B_x}_{B_1} = -\mu_z \cdot B_1$$

$$\frac{d\mu_z}{dt} = \underbrace{\mu_x}_{0} \cdot \underbrace{B_y}_{0} - \mu_y \underbrace{B_x}_{B_1} = -\mu_y \cdot B_1$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \mu_y}{dt^2} = - \frac{d\mu_z}{dt} \cdot B_1 = \mu_y B_1$$

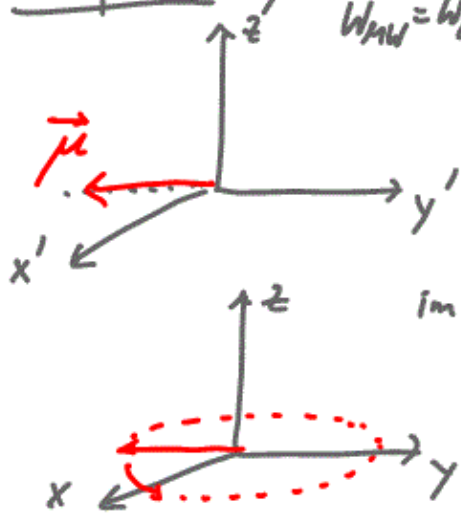
genauso für μ_z

$$\Rightarrow \vec{\mu}(t) = \mu_B \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin(\omega_1 t) \\ \cos(\omega_1 t) \end{pmatrix}$$

mit $\omega_1 = \frac{\beta_e g_e}{\hbar} B_1$

- für $\omega_1 t_p = \pi \rightarrow$ Inversion ($\bar{0}$ -Puls)
- $\omega_1 t_p = \pi/2 \rightarrow$ max. trans. Magnetisierung (Signal)
- $\omega_1 t_p = 2\pi \rightarrow$ Zurück zu Boltzmann Besetzung ^{FID}

Beispiel 2: $\Delta B = 0, B_1 = 0, \mu(0) = \mu_B (0, -1, 0)$
 $\omega_{MW} = \omega_L$ { dreht noch $\pi/2$ -Puls }



$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = 0$ stationäre Magnetisierung im rot. KS

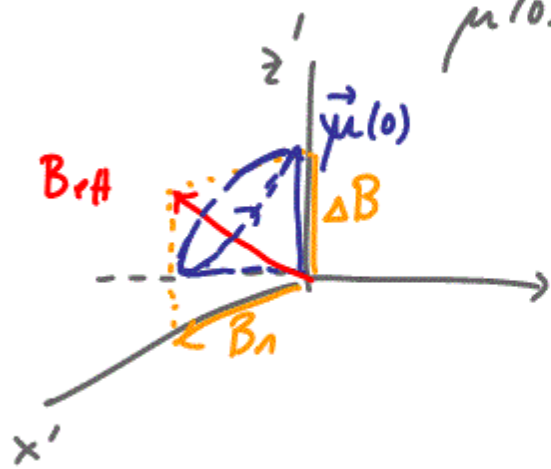
im Labersystem

Präzession mit ω_L von $\vec{\mu}$
 \hookrightarrow Signal

Beispiel 3:

$$\Delta B \neq 0, B_1 \neq 0, B_1 = \Delta B$$

$$\mu(0) = \mu_B(0, 0, 1)$$



$$|B_{eff}| = \sqrt{z'} B_1$$

$\vec{\mu}$ macht Kreisbewegung
im Diagonale zu x' und z'

Rotationsfrequenz = $\sqrt{z'} \cdot \omega_1$
keine Invertierung mehr möglich
max. Auslenkung in $-y'$ -Richtung