

Übungsblatt 2:

Aufgabe 1: Spinwellenfunktion

i) Eigenfunktionen:

Bestimmen Sie für die gegebenen Spinwellenfunktionen χ_1 und χ_2 ob sie Eigenfunktionen des \widehat{S}_z -Operators und des \widehat{S}_x -Operators sind:

$$\chi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \chi_2 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\widehat{S}_z = 1/2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \widehat{S}_x = 1/2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ii) Vektor Betrag:

Bestimmen Sie den Betrag von χ_1 , χ_2 und χ_3 .

$$\chi_3 = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Aufgabe 2: Kommutatoren

Bestimmen Sie die Kommutatoren $[S_x, S_y]$ und $[S_z, S^2]$.

$$\widehat{S}^2 = 3/4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \widehat{S}_y = \frac{1}{2i} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Aufgabe 3: Bestimmen von Spin Operator S_z

Bestimmen Sie die S_z Matrix für einen Spin $S = 3/2$ unter der Annahme, dass Multiplikation der S_z Matrix mit den vier Eigenfunktionen jeweils die Eigenwertgleichung erfüllt wie unten gezeigt.

$$\text{Eigenfunktionen } \chi_{m_S}: \quad \chi_{3/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \chi_{1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \chi_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \chi_{-3/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Eigenwertgleichung Allgemein: } S_z \cdot \chi = m_S \cdot \chi \quad (5)$$

$$\text{Eigenwertgleichung Beispiel: } \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} 3/2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$